

Proszę rozwiązać zadania ze zdjęć do 24 kwietnia. Rozwiązania zadań (również z poprzednich lekcji) proszę też przesłać do 24 kwietnia na adres e-mail kupkaandrzej@radymno.edu.pl w następnym tygodniu wszystkie rozwiązane zadania będą ocenione.

3

Funkcje

Podstawowe wiadomości o funkcjach

	DEFINICJA	PRZYKŁAD
FUNKCJA	Funkcja ze zbioru X w zbiór Y to przyporządkowanie każdemu elementowi ze zbioru X (dziedziny) dokładnie jednego elementu zbioru Y (przeciwdziedziny funkcji).	
ARGUMENT FUNKCJI	Elementy dziedziny nazywamy argumentami.	
WARTOŚĆ FUNKCJI	Elementy zbioru Y , które zostały przyporządkowane argumentom, nazywamy wartościami funkcji. Tworzą one zbiór wartości funkcji.	
	Aby określić funkcję, należy podać zbiór X i Y oraz regułę, według której argumentom ze zbioru X przyporządkowujemy wartości funkcji.	
	Funkcje zazwyczaj oznaczamy małymi literami, np.: f, g, h .	

Ogólne własności funkcji

ZAPIS SYMBOLICZNY FUNKCJI:

OPIS	$y = f(x)$
PRZYKŁAD	$y = 2x + 3$ lub $f(x) = 2x + 3$

ZBIÓR WARTOŚCI FUNKCJI TO:

OPIS	zbiór Y
PRZYKŁAD	

DZIEDZINA FUNKCJI TO:

zbiór X

MIEJSCE ZEROWE FUNKCJI TO:

x_0 to współrzędna x punktu, w którym wykres przecina oś OX .

DEFINICJA

W pewnym przedziale zawartym w dziedzinie funkcja jest:

rosnąca

malejąca

stała

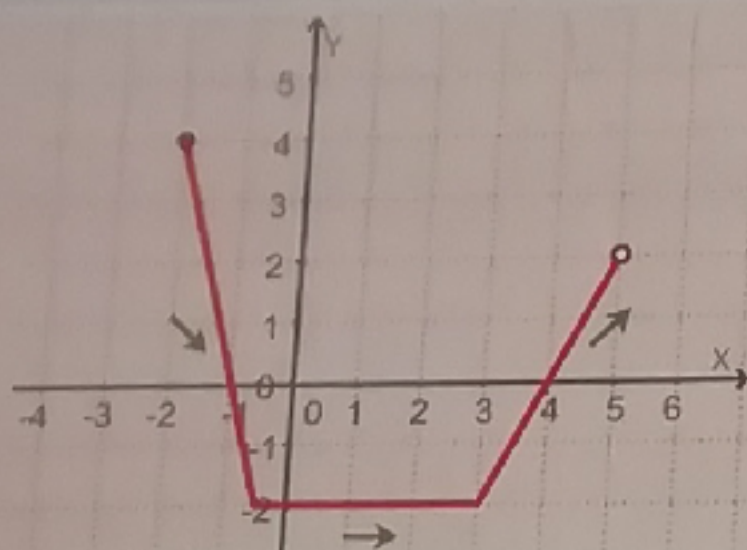
gdy wraz ze wzrostem argumentów ($x_1 < x_2$)

rosną wartości ($f(x_1) < f(x_2)$).

maleją wartości ($f(x_1) > f(x_2)$).

wartości są stałe ($f(x_1) = f(x_2)$).

PRZYKŁAD



funkcja malejąca

$$f(x) \searrow \Leftrightarrow x \in \left\langle -2; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

funkcja stała

$$f(x) \rightarrow \Leftrightarrow x \in \left\langle -\frac{1}{2}; 3 \right\rangle$$

funkcja rosnąca

$$f(x) \nearrow \Leftrightarrow x \in \langle 3; 5 \rangle$$

RODZAJE FUNKCJI:

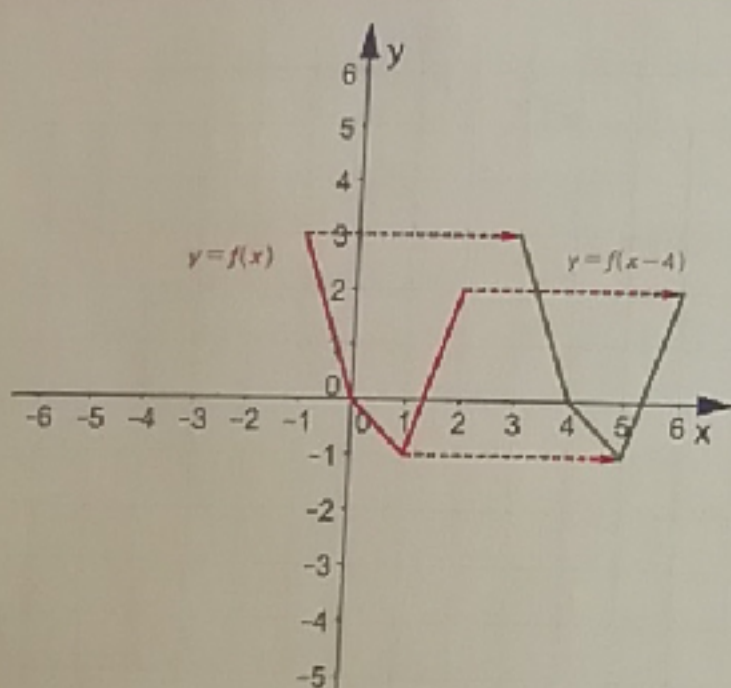
np. funkcja liniowa, kwadratowa, wielomianowa, wymierna, trygonometryczna, logarytmiczna, wykładnicza, potęgowa.

Przekształcenia równoległe wykresu funkcji

PRZYKŁAD 1

PRZESUNIĘCIE RÓWNOLEGŁE WZDŁUŻ OSI OX :
 $y = f(x - p)$

Wykres funkcji należy przesunąć równoległe wzdłuż osi OX .



Wykres został przesunięty o 4 jednostki w prawo. Wykres został przesunięty o 3 jednostki w lewo.

$$p = 4$$

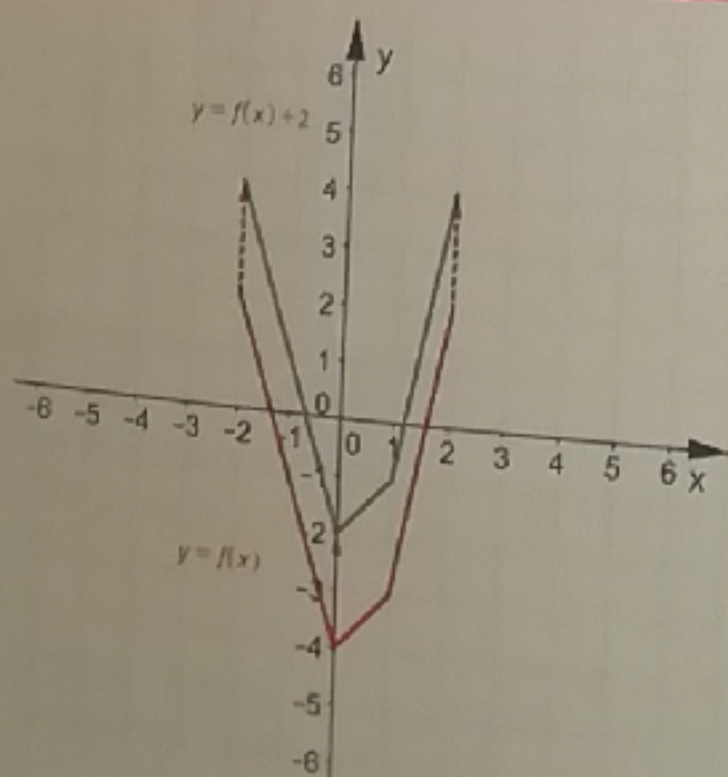
$$p = -3$$

Przy przesunięciu wykresu funkcji w poziomie należy zwrócić uwagę na zmianę znaku przy liczbie p .

PRZYKŁAD 3

PRZESUNIĘCIE RÓWNOLEGŁE WZDŁUŻ OSI OY :
 $y = f(x) + q$

Wykres funkcji należy przesunąć równoległe wzdłuż osi OY .

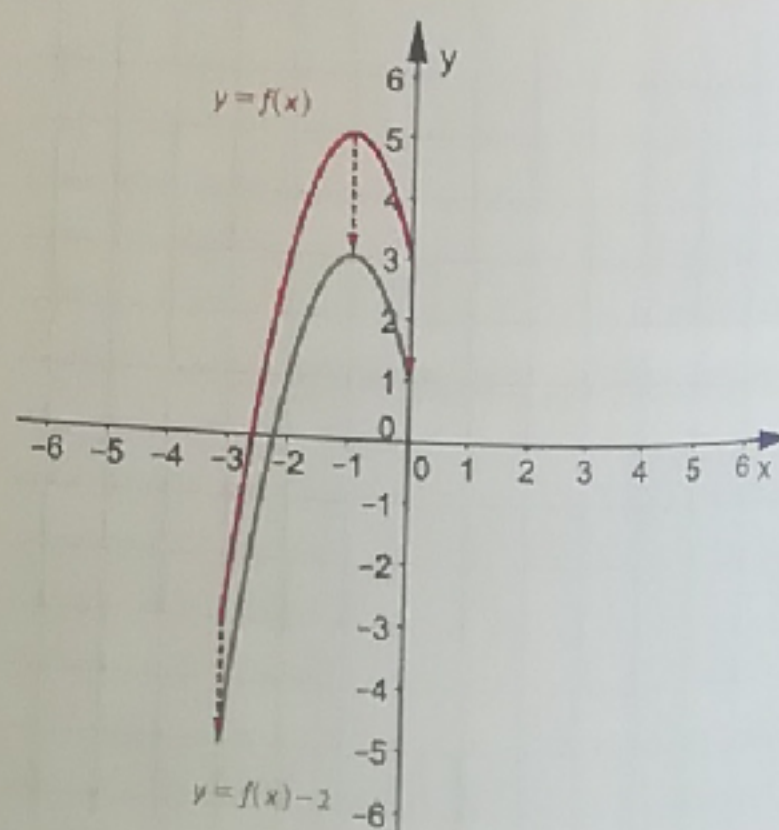


Wykres został przesunięty o 2 jednostki w górę.

$$q = 2$$

Jeśli $q > 0$, to przesuwamy w górę.

PRZYKŁAD 4



Wykres został przesunięty o 2 jednostki w dół.

$$q = -2$$

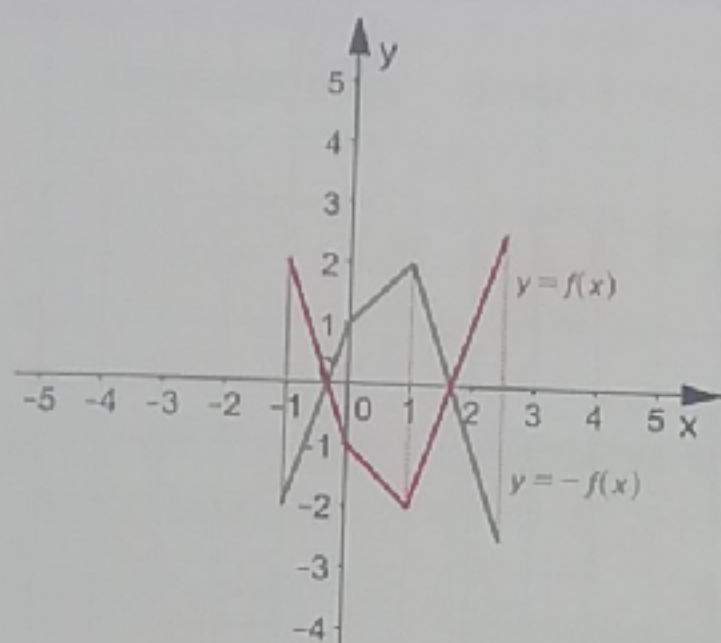
Jeśli $q < 0$, to przesuwamy w dół.

Przekształcenia wykresu funkcji w symetrii względem osi układu współrzędnych

PRZYKŁAD

SYMETRIA
OSIOWA
WZGLĘDEM
OSI OX :
 $y = -f(x)$

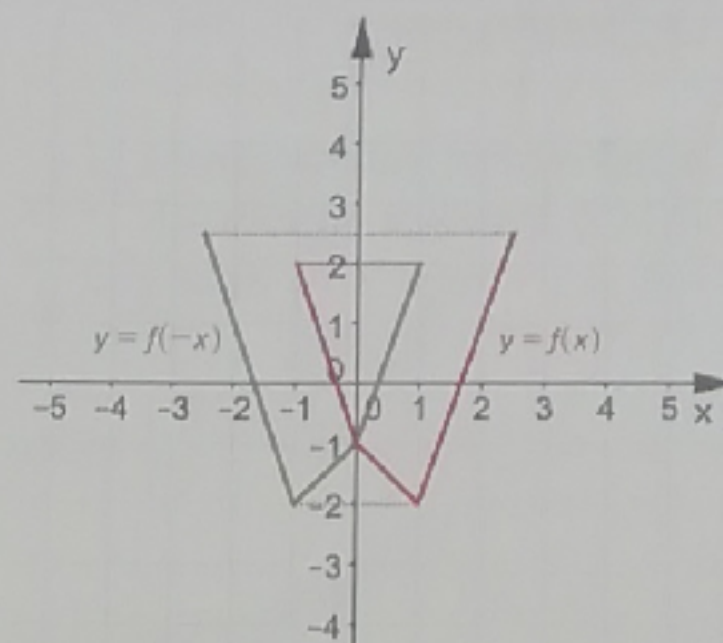
Wykres należy
odbić symetrycznie
względem osi OX .



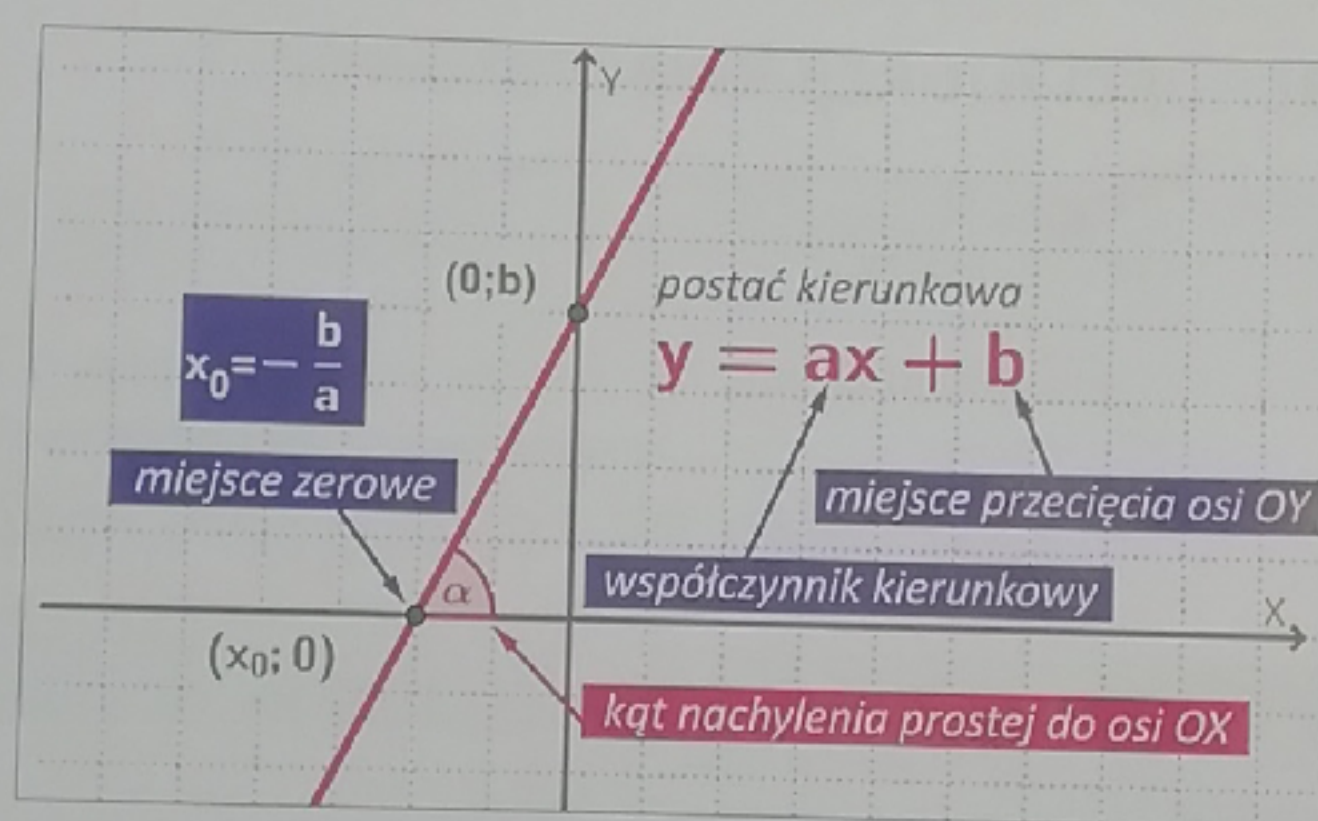
SYMETRIA
OSIOWA
WZGLĘDEM
OSI OY :
 $y = f(-x)$

Wykres należy
odbić symetrycznie
względem osi OY .

PRZYKŁAD



Wykres i własności funkcji liniowej



NAJWAŻNIEJSZE POSTACI
FUNKCJI LINIOWEJ

WŁASNOŚĆ WSPÓŁCZYNNIKA
KIERUNKOWEGO a

MONOTONICZNOŚĆ FUNKCJI
LINIOWEJ

zależy od współczynnika
kierunkowego a

PUNKTY PRZECIĘCIA WYKRESU
FUNKCJI LINIOWEJ Z OSIAMI
UKŁADU WSPÓŁRZĘDNYCH

postać kierunkowa

$$y = ax + b$$

postać ogólna

$Ax + By + C = 0$, współczynniki A i B nie
są jednocześnie zerami

$a = \tan \alpha$, gdzie kąt α oznacza kąt między wykresem funkcji a osią OX

↑
patrz
rysunek

$$a > 0$$

funkcja jest rosnąca

$$a = 0$$

funkcja jest stała

$$a < 0$$

funkcja jest malejąca

współczynnik b

miejsce przecięcia osi OY w punkcie $(0; b)$

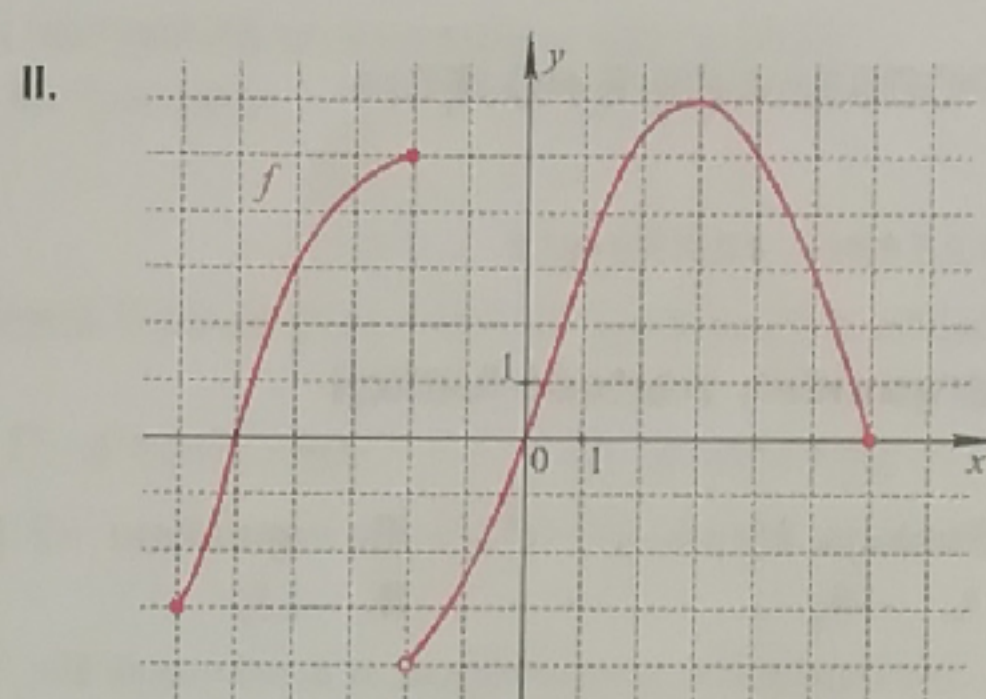
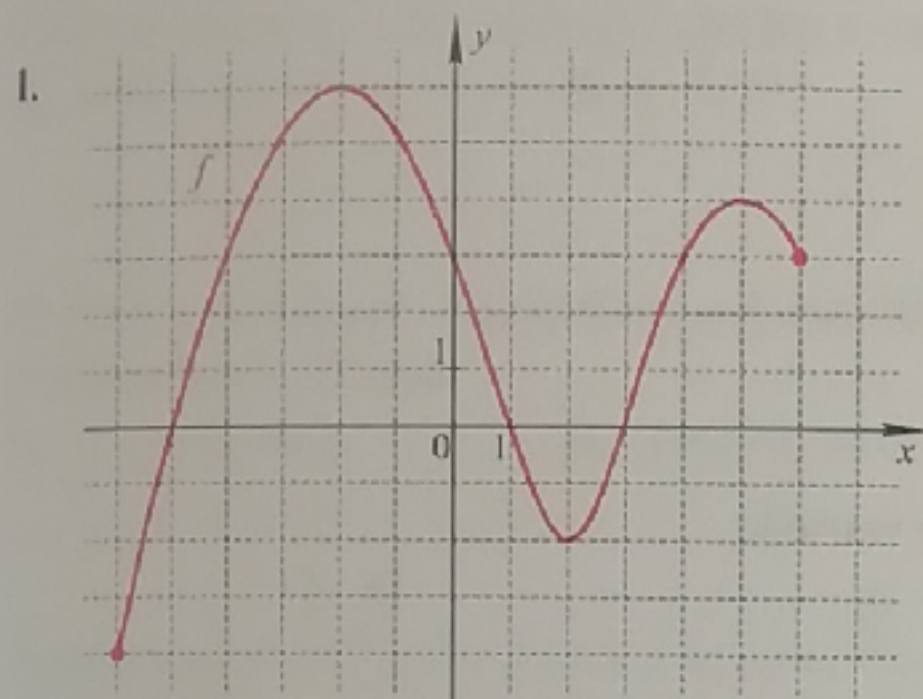
miejsce zerowe

- dokładnie jedno miejsce zerowe, gdy
 $a \neq 0$ (jego postać: $x_0 = -\frac{b}{a}$)
- nieskończenie wiele miejsc zerowych,
gdy $a = b = 0$
- brak miejsc zerowych, gdy $a = 0$
i $b \neq 0$

Maturzysta

- odczytuje z wykresu funkcji:
wartość funkcji dla danego argumentu (G)
argumenty dla danej wartości funkcji (G)
dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero (G)
- odczytuje z wykresu własności funkcji
dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe,
maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, jest stała
punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą

3.15 Korzystając z wykresu funkcji f , wykonaj poniższe polecenia.



- Określ dziedzinę funkcji f .
- Podaj miejsca zerowe funkcji f .
- Jaką wartość funkcja f przyjmuje dla argumentu 4?
- Podaj najmniejszą wartość funkcji f .
- Podaj zbiór wartości funkcji f .
- Podaj te argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne.
- Podaj te argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne.
- W jakich przedziałach funkcja f rośnie, a w jakich maleje?
- Dla jakiego argumentu funkcja f przyjmuje wartość największą?
- Dla ilu argumentów funkcja f przyjmuje wartość 2?
- Jaką wartość funkcja f przyjmuje dla argumentu 0?
- Podaj wszystkie argumenty, dla których wartości funkcji f są większe od 3.
- W** Ile rozwiązań ma równanie $f(x) = -1$?

Maturzysta

- na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządza wykresy funkcji:
 $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$

3.16 Obok zamieszczono wykres funkcji f . Sporządź wykres funkcji

- $y = f(x - 1)$;
- $y = f(x) + 2$;
- $y = -f(x)$;
- $y = f(-x)$.

