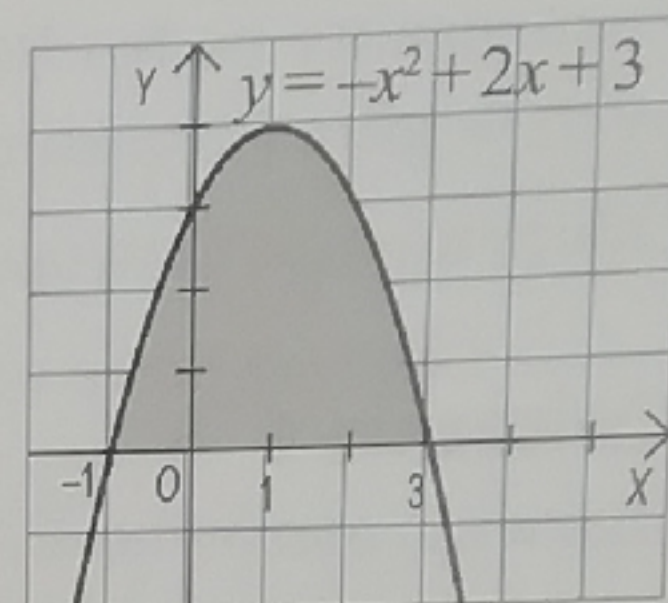


Proszę rozwiązać ćwiczenia i zadania ze zdjęcia, rozwiązania proszę przestać do 24 kwietnia na adres e-mail:
 kupkaandrzej@radymno.edu.pl

PRZYKŁAD 1

Korzystając z wykresu funkcji $y = -x^2 + 2x + 3$ (rysunek obok), rozwiąż nierówność $-x^2 + 2x + 3 > 0$.



Z wykresu odczytujemy, że nierówność jest spełniona dla $-1 < x < 3$, czyli dla $x \in (-1; 3)$.

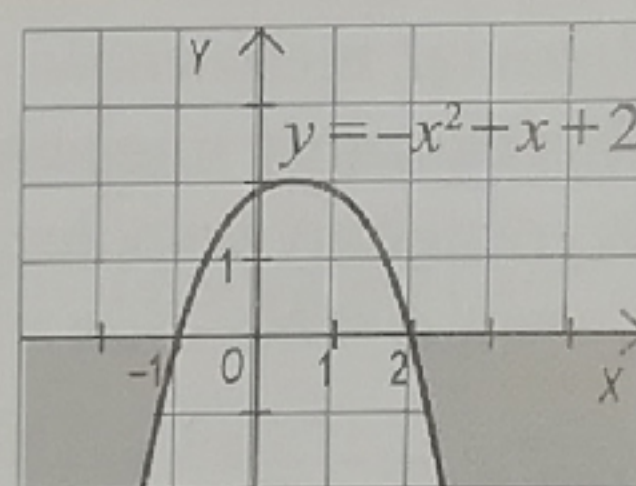
Ćwiczenie 1

Podaj rozwiązanie nierówności $-x^2 + 2x + 3 \geq 0$.

Funkcja $y = -x^2 + 2x + 3$ przyjmuje wartości dodatnie dla $x \in (-1; 3)$.

PRZYKŁAD 2

Korzystając z wykresu funkcji $y = -x^2 + x + 2$ (rysunek obok), rozwiąż nierówność $-x^2 + x + 2 < 0$.



Z wykresu odczytujemy, że nierówność jest spełniona, gdy $x < -1$ lub $x > 2$,

czyli gdy $x \in (-\infty; -1)$ lub $x \in (2; \infty)$.

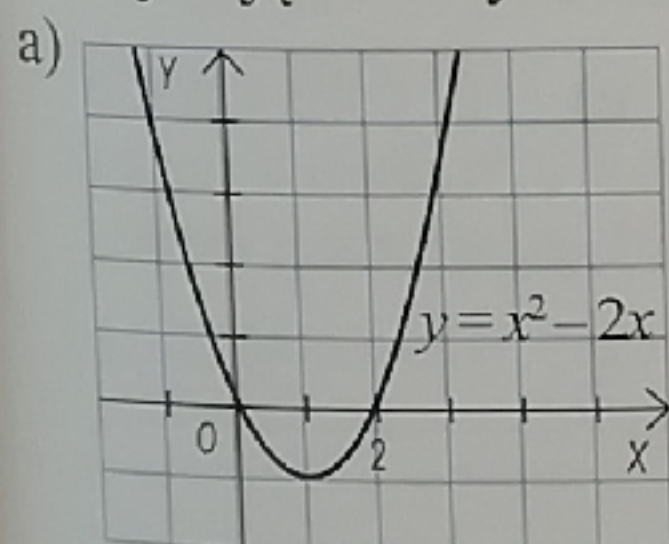
Funkcja $y = -x^2 + x + 2$ przyjmuje wartości ujemne dla $x \in (-\infty; -1)$ i dla $x \in (2; \infty)$.

Ćwiczenie 2

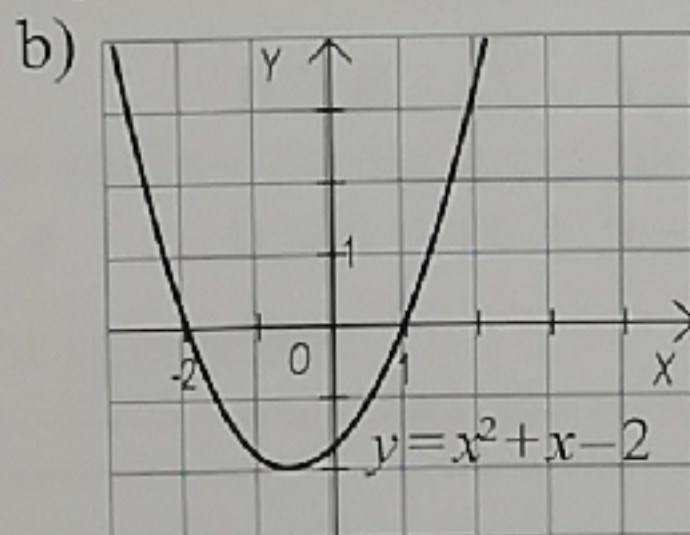
Podaj rozwiązanie nierówności $-x^2 + x + 2 \leq 0$.

Ćwiczenie 3

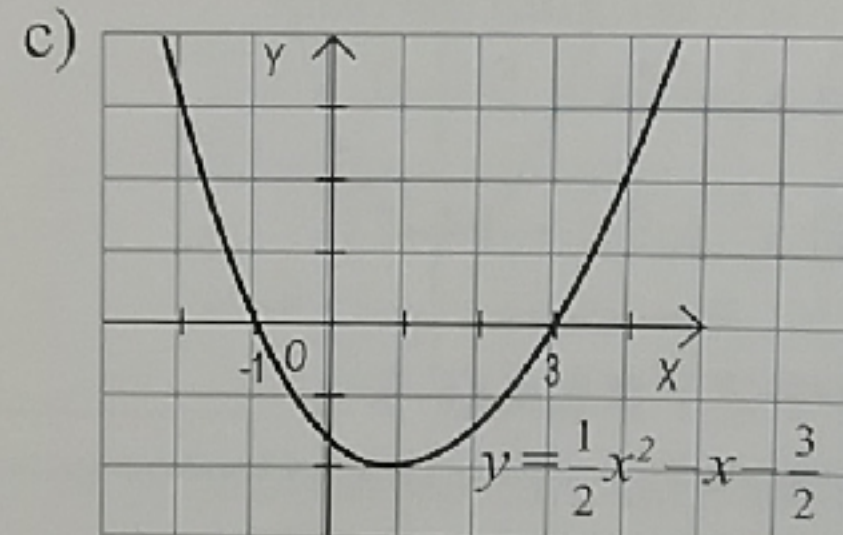
Korzystając z narysowanego wykresu funkcji, podaj rozwiązanie nierówności.



$$x^2 - 2x \leq 0$$



$$x^2 + x - 2 \geq 0$$



$$\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2} > 0$$

Zauważmy, że do rozwiązania nierówności kwadratowej nie potrzebujemy dokładnego wykresu odpowiedniej funkcji. Wystarczy znajomość jej miejsc zerowych i wiedza o tym, czy ramiona paraboli będącej wykresem funkcji są skierowane do góry, czy w dół.

PRZYKŁAD 3

Rozwiąż nierówność $(x-4)(x+3) \leq 0$.

Wyznaczamy miejsca zerowe funkcji $y = (x-4)(x+3)$.

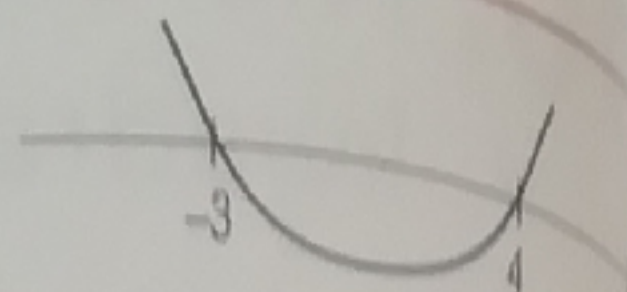
Otrzymujemy $(x-4)(x+3) = 0$.

Zatem $x-4=0$ lub $x+3=0$.

Stąd $x=4$ lub $x=-3$.

Zaznaczamy na osi liczby $x=4$ i $x=-3$ i szkicujemy parabolę o ramionach skierowanych w górę (uzasadnij dlaczego).

Odczytujemy rozwiązanie nierówności: $x \in \langle -3; 4 \rangle$.

**Ćwiczenie 4**

Rozwiąż nierówność.

a) $(x-2)(x+5) \leq 0$

b) $2(x+3)(x+1) \geq 0$

c) $-(x-4)(x+1) > 0$

d) $-3(x + \frac{1}{2})(x-6) \leq 0$

e) $2x(x+5) \geq 0$

f) $-x(x-8) < 0$

PRZYKŁAD 4

Rozwiąż nierówność $-2x^2 - 9x + 5 < 0$.

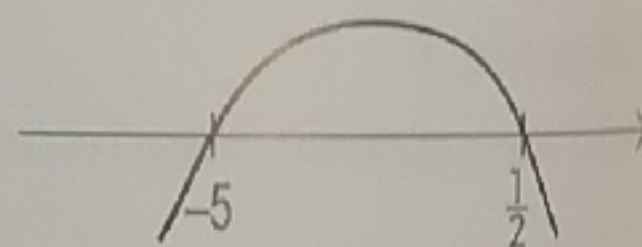
Wyznaczamy miejsca zerowe funkcji $y = -2x^2 - 9x + 5$.

Wypisujemy współczynniki $a = -2$, $b = -9$, $c = 5$.

Zatem $\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5 = 81 + 40 = 121$, $\sqrt{\Delta} = 11$.

Stąd $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - 11}{-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ oraz $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + 11}{-4} = \frac{20}{-4} = -5$.

Ponieważ $a < 0$, więc szkicujemy parabolę o ramionach skierowanych w dół (rysunek obok) i odczytujemy rozwiązanie nierówności: $x \in (-\infty; -5)$ lub $x \in (\frac{1}{2}; \infty)$.

**Ćwiczenie 5**

Rozwiąż nierówność.

a) $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

b) $x^2 + 9x + 14 < 0$

c) $2x^2 - 7x - 4 \leq 0$

d) $-x^2 + 5x + 6 > 0$

e) $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 6 < 0$

f) $-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 \geq 0$

PRZYKŁAD 5

Rozwiąż nierówność $x^2 \geq 9$.

$x^2 - 9 \geq 0$ Przenosimy wyrazy tak, by po prawej stronie nierówności została liczba 0.

$(x-3)(x+3) \geq 0$

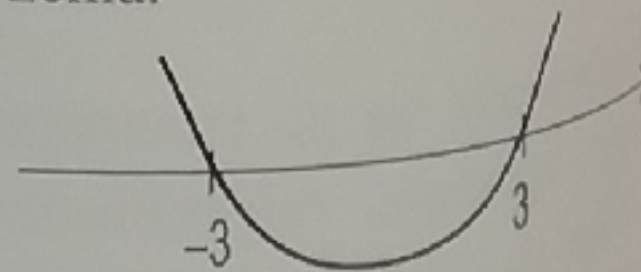
Korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia.

Wyznaczamy miejsca zerowe funkcji $y = (x-3)(x+3)$.

Zatem $x-3=0$ lub $x+3=0$.

Stąd $x=3$ lub $x=-3$.

Szkicujemy parabolę o ramionach skierowanych w górę i odczytujemy rozwiązanie nierówności: $x \in (-\infty; -3] \cup [3; \infty)$.

**Ćwiczenie**

Rozwiąż n

a) $x^2 > 16$

ZADANI

1. Sprawd

a) $2x^2 -$

b) $-x^2 +$

2. Korzyst

a) $-\frac{1}{4}x^2$

b) $-\frac{1}{4}x^2$

3. Dla jaki

równość

a) $(x -$

b) $(x +$

4. Rozwią

a) $x^2 - x$

b) $x^2 +$

5. Przeczy

Korzystaj

odczytuj

a) nierów

liczb

b) nierów

Korzystają

rozwiązani

a) $-x^2 - 1 \geq$

b) $-x^2 - 1 \leq$

Ćwiczenie 6

Rozwiąż nierówność.

a) $x^2 > 16$

b) $x^2 \leq 25$

c) $4x^2 > 9$

ZADANIA

1. Sprawdź, czy podana liczba spełnia nierówność.

a) $2x^2 - 6x + 5 > 0$ $x = 2$

c) $\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3 \geq 0$ $x = -4$

b) $-x^2 + 4x - 1 < 0$ $x = 3$

d) $-3x^2 + 6x - 1 \leq 0$ $x = -2$

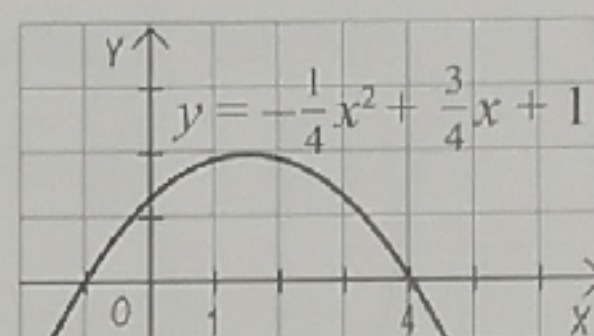
2. Korzystając z narysowanego wykresu funkcji, podaj rozwiązanie nierówności.

a) $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 1 > 0$

c) $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 1 < 0$

b) $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 1 \geq 0$

d) $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 1 \leq 0$

3. Dla jakich wartości zmiennej x lewa strona nierówności się zeruje? Rozwiąż tę nierówność.

a) $(x - 6)(x + 4) < 0$

c) $2(x + 4)(x + 8) > 0$

e) $-3(x - 5)(x - 1) < 0$

b) $(x + 3)(x - \frac{1}{2}) \leq 0$

d) $-(x - 3)(x + 1) \geq 0$

f) $-\frac{1}{3}(x + 9)(x - 6) \leq 0$

4. Rozwiąż nierówność.

a) $x^2 - x - 6 < 0$

c) $2x^2 + 3x - 2 \leq 0$

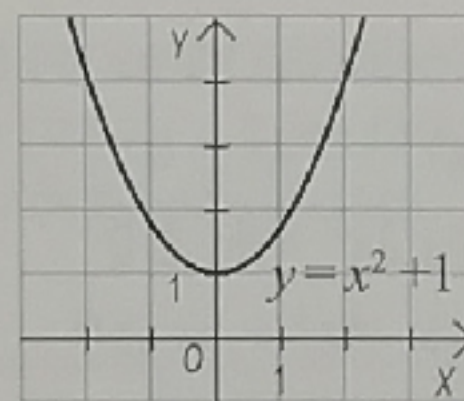
e) $-x^2 + x + 2 \geq 0$

b) $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

d) $3x^2 + 5x + 2 > 0$

f) $-2x^2 + 10x - 6 < 0$

5. Przeczytaj przykład w ramce.

Korzystając z wykresu funkcji $y = x^2 + 1$ (rysunek obok), odczytujemy, żea) nierówność $x^2 + 1 > 0$ jest spełniona dla wszystkich liczb rzeczywistych: $x \in \mathbb{R}$;b) nierówność $x^2 + 1 < 0$ jest sprzeczna.Korzystając z wykresu funkcji $y = -x^2 - 1$ (rysunek obok), podaj rozwiązanie nierówności.

a) $-x^2 - 1 \geq 0$

b) $-x^2 - 1 \leq 0$

