

Proszę rozwiązać zadania z dzisiejszej lekcji oraz zaległe do 8 maja. Chętnym przypominam że w środę 6 maja o godzinie 12:00 zostaną umieszczone zadania na ocenę dobrą lub bardzo dobrą. Czas na rozwiązanie tych zadań to maksymalnie 90 minut. Rozwiązania zadań przesyłacie na adres e-mail kupkaandrzej@radymno.edu.pl

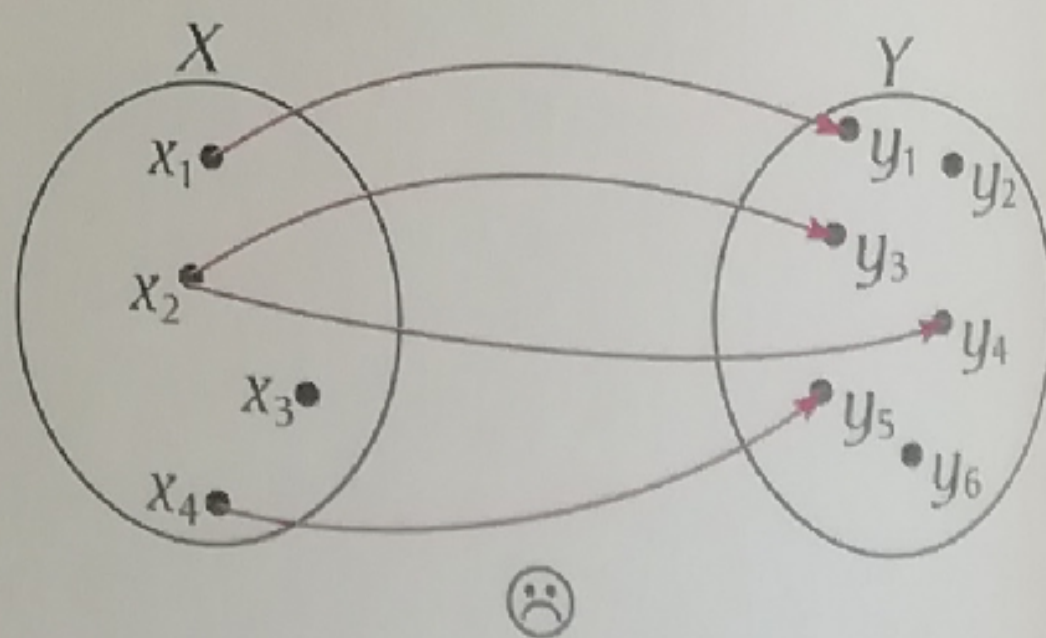
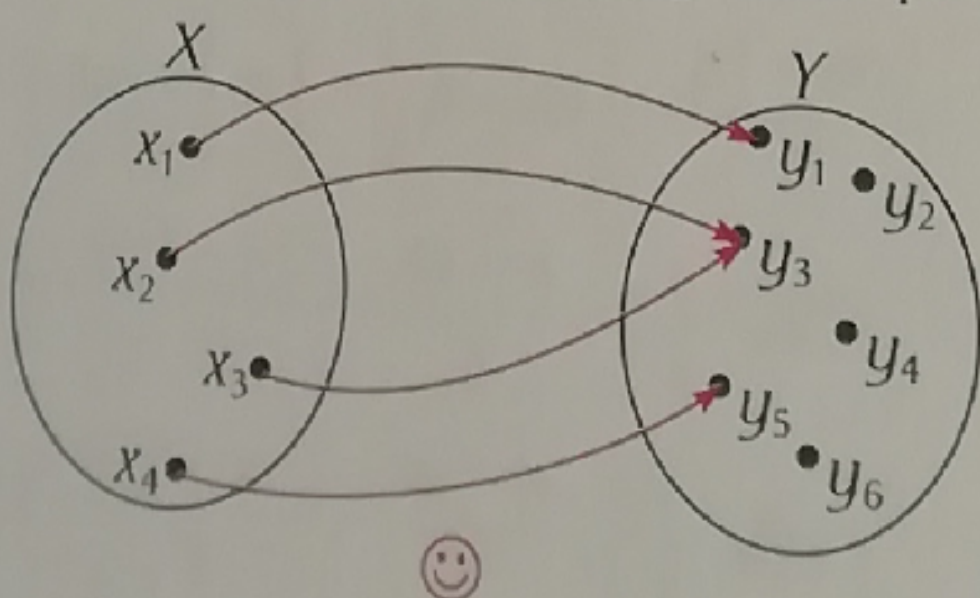
3. FUNKCJE

W tym rozdziale przypomnimy Ci najważniejsze wiadomości i wskażemy niezbędne umiejętności, jakie powinieneś opanować przed egzaminem maturalnym z matematyki na poziomie podstawowym z zakresu ogólnego pojęcia funkcji i jej własności. Gdybyś chciał dokładnie zapoznać się ze wszystkimi wymaganiami egzaminacyjnymi z tego działu, zachęcamy Cię do sięgnięcia do podstawy programowej, którą znajdziesz na stronie <https://men.gov.pl/wp-content/uploads/2011/02/6b.pdf>, gdzie te wymagania zostały zawarte (strony od 41 do 49) w dziale 4. (funkcje). Tematyce funkcji liniowej i kwadratowej – bardzo ważnej – poświęcone są dwa oddzielne rozdziały tej książki.

I. NIEZBĘDNIK MATURZYSTY – TEORIA

- K** 1. Co i gdzie znajduje się w KARCIE WZORÓW CKE (od roku 2015):
W KARCIE WZORÓW, jak sama jej nazwa wskazuje, znajdują się głównie wzory, a nie definicje. Tymczasem rozwiązując zadania dotyczące pojęcia funkcji i podstawowych jej własności, opieramy się właśnie na definicjach i ich rozumieniu, przy czym chodzi nam głównie o rozumienie, a nie o formalne wykorzystanie tych definicji. Dlatego w punkcie 2. przypomnimy Ci wybrane definicje z tego działu i opatrzymy je niekiedy dodatkowym wyjaśnieniem.
2. Czego w KARCIE WZORÓW nie ma, więc trzeba się nauczyć i „mieć w głowie”:
- ♦ **WAŻNE!** Rozwiązując zadania dotyczące funkcji, będziemy często posługiwać się zbiorami argumentów lub wartości. Symbolem $\cup$ oznaczać będziemy sumę zbiorów, np. zamiast pisać, że $x \in (-\infty; 2)$ lub $x \in (3; 5)$, zapiszemy $x \in (-\infty; 2) \cup (3; 5)$.
 - ♦ **WAŻNE! Definicja funkcji.** Załóżmy na początek, że mamy dwa niepuste zbiory, oznaczmy je X i Y . Jeżeli **każdemu** elementowi ze zbioru X przyporządkujemy **dokładnie jeden** element ze zbioru Y , to takie przyporządkowanie nazywamy funkcją.

WAŻNE! Zilustrujemy to za pomocą grafu – **przyporządkowanie, które jest funkcją (rysunek po lewej stronie)** oraz przyporządkowanie, które **NIE** jest funkcją (rysunek po prawej stronie).



3. FUNKCJE

WAŻNE! Zwróć uwagę na dwa – wyróżnione wyżej – fragmenty w definicji funkcji. Gdy już przyporządkowanie jest funkcją, to **zbiór elementów, którym przyporządkowujemy, czyli (przy naszych oznaczeniach) zbiór X , nazywamy dziedziną funkcji**, a jego elementy (na rysunku są to: x_1, x_2, x_3, x_4) to argumenty funkcji. Zbiór Y nazywamy przeciwdziedziną funkcji, a **te elementy zbioru Y , które zostały przyporządkowane co najmniej jednemu argumentowi** (na rysunku są to: y_1, y_2, y_3), **nazywamy wartościami funkcji**. Zbiór wartości funkcji jest więc trzelementowy $\{y_1, y_2, y_3\}$. Nie są więc wartościami y_4, y_5, y_6 , bo nie są przyporządkowane żadnemu argumentowi. Funkcje oznaczamy najczęściej za pomocą małych liter: f, g, h itd., **dziedzinę funkcji f oznaczamy często D_f , a zbiór jej wartości ZW_f** . Zapis $f(x)$ oznacza wartość funkcji dla argumentu x . Na przykład na przedstawionym wyżej grafie $f(x_2) = y_3$.

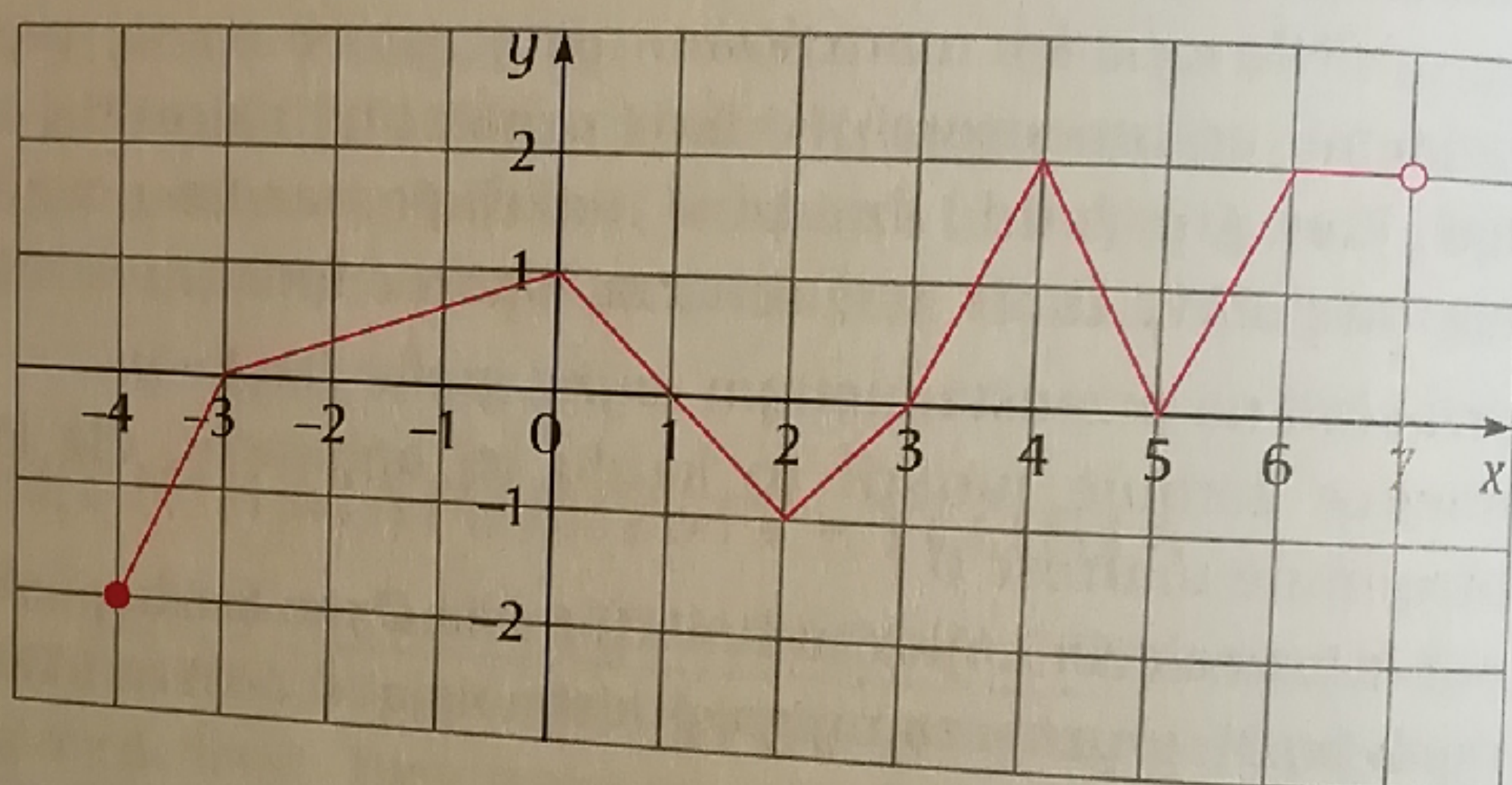
- ◆ miejsce zerowe funkcji to każdy jej argument, dla którego funkcja przyjmuje wartość 0
- ◆ punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Ox to każdy punkt o współrzędnych $(x, 0)$, wyznaczamy go, podstawiając 0 do wzoru funkcji w miejsce y , czyli w miejsce $f(x)$
- ◆ punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Oy (o ile taki punkt jest) to punkt o współrzędnych $(0, y)$, wyznaczamy go, podstawiając 0 do wzoru funkcji w miejsce x
- ◆ punkt należy do wykresu funkcji (punkt leży na wykresie funkcji, wykres funkcji przechodzi przez punkt), gdy pierwsza współrzędna tego punktu jest argumentem funkcji, a druga wartością przyporządkowaną temu argumentowi
- ◆ **WAŻNE! Oprócz wykresów funkcji liniowej i kwadratowej, które najczęściej występują w zadaniach, powinniśmy umieć także rysować wykresy funkcji: $y = \frac{a}{x}$ dla $x \neq 0$, gdzie $a \neq 0$ oraz $y = a^x$ dla $x \in \mathbb{R}$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$.**
- ◆ przekształcenia wykresów funkcji:
 - ◆ przesunięcie wykresu funkcji określonej wzorem $y = f(x)$ wzdłuż osi Ox
 - a) np. o 2 jednostki w prawo – otrzymujemy wykres funkcji $y = f(x - 2)$
 - b) np. o 2 jednostki w lewo – otrzymujemy wykres funkcji $y = f(x + 2)$
 - ◆ przesunięcie wykresu funkcji określonej wzorem $y = f(x)$ wzdłuż osi Oy
 - a) np. o 2 jednostki w górę – otrzymujemy wykres funkcji $y = f(x) + 2$
 - b) np. o 2 jednostki w dół – otrzymujemy wykres funkcji $y = f(x) - 2$
 - ◆ symetria wykresu funkcji $y = f(x)$ względem osi Ox – otrzymujemy wykres funkcji $y = -f(x)$
 - ◆ symetria wykresu funkcji $y = f(x)$ względem osi Oy – otrzymujemy wykres funkcji $y = f(-x)$

- ♦ symetria wykresu funkcji $y = f(x)$ względem punktu $(0, 0)$ – otrzymujemy wykres funkcji $y = -f(-x)$

WAŻNE! Powinieneś umieć odczytać z wykresu funkcji podane w poleceniu własności. Pokażemy to na przykładzie.

Ćwiczenie 3.1.

Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$.



Na podstawie tego wykresu:

- podaj dziedzinę funkcji,
- zapisz zbiór wartości tej funkcji,
- podaj wszystkie jej miejsca zerowe,
- zapisz maksymalne przedziały monotoniczności funkcji,
- wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie,
- wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości niedodatnie,
- wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości nie mniejsze od 2,
- oblicz $f(2) - f(-4)$.

Rozwiązanie