

Proszę rozwiązać zadania z dzisiejszej lekcji oraz zaległe do 14 maja.
Zachęcam do udziału w sprawdzianach w każdą środę o godzinie 12:00

i kombinatoryka

Statystyka – najważniejsze wzory i definicje

WZÓR

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

n — ilość wszystkich liczb

$a_1, a_2, \dots, a_n$ — kolejne liczby

$$\bar{x} = \frac{w_1 \cdot a_1 + w_2 \cdot a_2 + \dots + w_n \cdot a_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

n — ilość wszystkich liczb

$a_1, a_2, \dots, a_n$ — kolejne liczby

$w_1, w_2, \dots, w_n$ — wagi kolejnych liczb
(wagi są liczbami dodatnimi)

W uporządkowanym w kolejności niemalejącej zbiorze n danych liczbowych jest to:

- wyraz środkowy w przypadku, gdy liczba elementów jest nieparzysta;
- średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów, gdy liczba elementów jest parzysta.

PRZYKŁAD

Zbiór liczb $\{4, 2, 15, 16, 8, 16, 2\}$.

1° Ustalamy, ile jest liczb — jest ich 7.

2° Podstawiamy do wzoru: $\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.

3° Dodajemy w liczniku wszystkie elementy, a w mianowniku wpisujemy liczbę 7.

$$\bar{x} = \frac{4 + 2 + 15 + 16 + 8 + 16 + 2}{7} = \frac{63}{7} = 9$$

liczba	4	2	15	16	8
waga	2	3	2	1	3

1° Podstawiamy do wzoru:

$$\bar{x} = \frac{w_1 \cdot a_1 + w_2 \cdot a_2 + \dots + w_n \cdot a_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

2° W liczniku mnożymy każdą liczbę przez jej wagę, a wyniki sumujemy.

3° W mianowniku sumujemy wszystkie wagi.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 15 + 1 \cdot 16 + 3 \cdot 8}{2 + 3 + 2 + 1 + 3} = \\ &= \frac{8 + 6 + 30 + 16 + 24}{11} \approx 7,64 \end{aligned}$$

Zbiór liczb $\{4, 2, 15, 16, 8, 16, 2\}$.

1° Porządkujemy listę liczb od najmniejszej do największej $\{2, 2, 4, 8, 15, 16, 16\}$.

2° Ustalamy, ile jest liczb — jest ich 7, czyli mamy nieparzystą liczbę elementów.

3° Medianą jest więc środkowy wyraz $a_4, m_e = 8$.

Zbiór liczb $\{2, 13, 8, 12, 8, 5, 11, 18\}$.

1° Porządkujemy listę liczb od najmniejszej do największej $\{2, 5, 8, 8, 11, 12, 13, 18\}$.

2° Ustalamy, ile jest liczb — jest ich 8, czyli mamy parzystą liczbę elementów.

3° Medianą jest więc średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów a_4 i a_5 .

$$m_e = \frac{8 + 11}{2} = \frac{19}{2} = 9,5$$

ODCHYLENIE
STANDARDOWE

WZÓR

$$\sigma = \sqrt{\frac{(a_1 - \bar{x})^2 + (a_2 - \bar{x})^2 + \dots + (a_n - \bar{x})^2}{n}} =$$

$$= \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n} - (\bar{x})^2}$$

n — ilość danych liczbowych

$a_1, a_2, \dots, a_n$ — kolejne dane liczbowe

$\bar{x}$ — średnia arytmetyczna danych liczbowych

PRZYKŁAD

Zbiór liczb $\{2, 3, 5, 6, 9\}$.

1° Obliczamy średnią arytmetyczną liczb ze wzoru:

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{2 + 3 + 5 + 6 + 9}{5} =$$

$$= \frac{25}{5} = 5$$

2° Obliczamy odchylenie standardowe ze wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n} - (\bar{x})^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2^2 + 3^2 + 5^2 + 6^2 + 9^2}{5} - 5^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{4 + 9 + 25 + 36 + 81}{5} - 25} = \sqrt{\frac{155}{5} - 25} =$$

$$= \sqrt{31 - 25} = \sqrt{6} \approx 2,45$$

● Zadania — średnia arytmetyczna, mediana, odchylenie standardowe

ZADANIE 399

zadanie do analizy

1 pkt

W tabeli zebrano informacje dotyczące liczby osób w rodzinach uczniów klasy III A. Średnia liczba osób w rodzinie dla uczniów tej klasy jest równa 3,8. Wtedy liczba x jest równa:

Liczba osób w rodzinie	Liczba uczniów
3	8
4	14
x	3

A. 2

B. 6

C. 5

D. 7

ROZWIĄZANIE

1° Korzystając z tabeli i wzoru na średnią arytmetyczną, możemy zapisać równanie.

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 3 + 14 \cdot 4 + 3 \cdot x}{8 + 14 + 3} = 3,8$$

2° Rozwiązujemy otrzymane równanie.

$$\frac{24 + 56 + 3x}{25} = 3,8 \quad | \cdot 25$$

$$24 + 56 + 3x = 95$$

$$3x = 95 - 24 - 56$$

$$3x = 15 \quad | : 3 \Rightarrow x = 5$$

POPRAWNA ODPOWIEDŹ: C

ZADANIE 400

zadanie ze wskazówkami

1 pkt

Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb $x, 3, 6, 4, 7, 5, 7, 4, 3, 5$ jest równa 5. Wtedy:

A. $x = 3$

B. $x = 4$

C. $x = 5$

D. $x = 6$

ROZWIĄZANIE

1° Zapisujemy równanie, wykorzystując wzór na średnią arytmetyczną.

2° Układamy równanie, podstawiając odpowiednie wartości.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 401

zadanie sprawdzające

2 pkt

sierpień 2013

W tabeli zestawiono oceny z matematyki uczniów klasy III A na koniec semestru. Średnia arytmetyczna tych ocen jest równa 3,6. Oblicz liczbę x ocen bardzo dobrych (5) z matematyki wystawionych na koniec semestru w tej klasie.

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba uczniów	0	4	9	13	x	1

ROZWIĄZANIE

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 402

zadanie do analizy

1 pkt

W dziesięciu rzutach sześcienną kostką do gry otrzymano następujące liczby oczek: 6, 3, 1, 4, 5, 1, 3, 6, 2, 6. Mediana tych danych jest równa:

A. 4

B. 3

C. 5

D. 3,5

ROZWIĄZANIE

1° Ustawiamy wyrazy w kolejności od najmniejszej do największej liczby. 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6

2° W przypadku, gdy liczba wyrazów jest parzysta, a w tym zadaniu mamy taką sytuację (mamy 10 wyrazów), to medianą jest średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów.

$$m_e = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

POPRAWNA ODPOWIEDŹ: D

ZADANIE 403

zadanie ze wskazówkami

1 pkt

sierpień 2012

Pewna firma zatrudnia 6 osób. Dyrektor zarabia 8000 zł, a pensje pozostałych pracowników są równe: 2000 zł, 2800 zł, 3400 zł, 3600 zł, 4200 zł. Mediana zarobków tych 6 osób jest równa:

A. 3400 zł

B. 3500 zł

C. 6000 zł

D. 7000 zł

ROZWIĄZANIE

1° Ustawiamy wszystkie wynagrodzenia w kolejności od najmniejszej do największej liczby.

2° Liczba wyrazów jest parzysta (mamy 6 wyrazów), więc medianą jest średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 404

zadanie sprawdzające

1 pkt

czerwiec 2012

W kolejnych sześciu rzutach kostką otrzymano następujące wyniki: 6, 3, 1, 2, 5, 5. Mediana tych wyników jest równa:

A. 3

B. 3,5

C. 4

D. 5

ROZWIĄZANIE

POPRAWNA ODPOWIEDŹ: